Лекция № 6

СИНУСОИДАЛЬНЫЕ ТОКИ И НАПРЯЖЕНИЯ. ХАРАКТЕРИСТИКИ И ФОРМЫ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ

Учебные вопросы

1. Переменные токи. Синусоидальные токи, напряжения и ЭДС и их характеристики.
2. Действующие значения тока и напряжения.
3. Принцип генерирования синусоидальных ЭДС.
4. Векторные символы синусоидальных токов и напряжений.

1. Переменные токи. Синусоидальные токи, напряжения и ЭДС и их характеристики

Наиболее широкое применение в современной электротехнике получил переменный электрический ток. Это обусловлено следующим:

- простотой и экономичностью преобразования величины напряжения с помощью трансформаторов;

- простотой и надежностью электродвигателей переменного тока;

- возможностью экономичной передачи на большие расстояния переменного тока.

Переменный электрический ток - ток, изменяющийся во времени. Любой *переменный электрический ток* характеризуется ***мгновенными*** значениями, рассматриваемыми в конкретный момент времени.

Все мгновенные значения тока, напряжения, ЭДС обозначаются строчными буквами (*i, u, e*).

Графические изображения функций мгновенных значений тока, напряжения, ЭДС называются временными или развернутыми диаграммами (рис. 1).

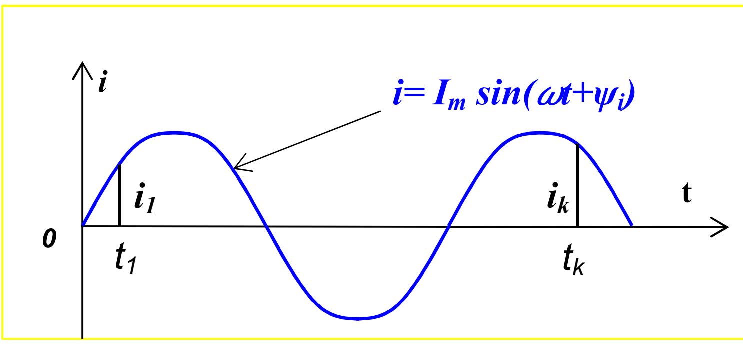

Рисунок 1. Развернутая диаграмма синусоидального тока

Периодическим электрическим током называется такой электрический ток, мгновенные значения которого повторяются через равные промежутки времени.

Периодом электрического тока называется наименьший интервал времени T, по истечении которого мгновенное значение периодического электрического тока повторяется. Период измеряется в секундах (с).

Для периодического тока:

$$i(t) = i(t+nT),$$

где $n = 1, 2, \ldots$.

Частота f периодического тока - есть число периодов в секунду, то есть $f = 1/T$.

Частота измеряется в герцах (Гц).

Периодическим переменным током, получившим самое широкое применение в электротехнике, является синусоидальный ток.

Синусоидальным электрическим током называется периодический электрический ток, мгновенное значение которого определяется выражением:

$$i = I_m \sin(\omega t + \psi_i), \tag{1}$$

где I_m - *амплитуда* или максимальное значение тока;

$(\omega t+\psi_i)$ - *фаза* синусоидального тока;

ω - *угловая частота* синусоидального тока;

ψ_i - *начальная фаза* синусоидального электрического тока (значение фазы синусоидального тока в момент времени $t = 0$).

Развернутая диаграмма синусоидальных напряжения и тока приведена на рис. 2.

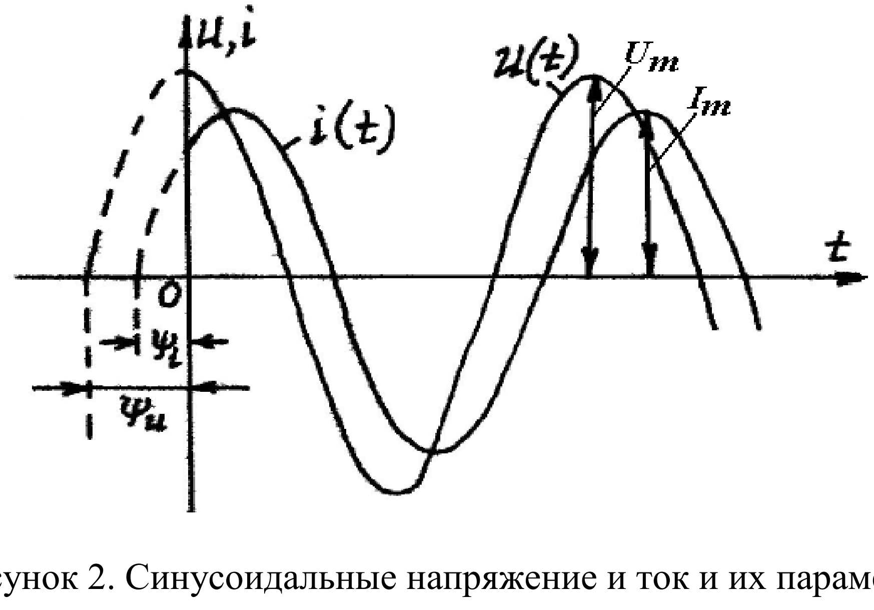

Рисунок 2. Синусоидальные напряжение и ток и их параметры

Начальная фаза откладывается от ***ближайшей к началу координат*** точки перехода кривой тока через ноль к ***началу координат*** в направлении ***возрастания положительных*** мгновенных значений.

Если начальная фаза равна ***нулю***, то функция тока записывается как $i = I_m \sin \omega t$, а кривая тока проходит через начало координат.

Если у нескольких синусоидальных функций, изменяющихся с одинаковой частотой, начальные фазы не совпадают, то говорят, что они *сдвинуты по фазе* относительно друг друга. Сдвиг фаз измеряется *разностью фаз*, которая равна разности начальных фаз. Например, для изображенных на рис. 2 графиков синусоидальных тока и напряжения разность фаз может быть определена как

$$\varphi = \psi_u - \psi_i.$$

2 Действующие значения тока и напряжения

Мгновенные значения напряжения и тока, относящиеся к отдельным моментам, не определяют действия переменного тока за какое-либо время. За бесконечно малый промежуток времени dt, в течение которого ток, протекающий по сопротивлению r, можно считать постоянным, энергия расходуемая на нагревание этого сопротивления равна

$$dw = i^2 \cdot r \cdot dt.$$

Так как за время каждого периода T расходуемая энергия остается неизменной, то можно ограничиться определением её лишь для одного периода:

$$W = \int_0^T i^2 \cdot r \cdot \, dt = r \int_0^T i^2 \, dt.$$

Если допустить , что через то же сопротивление r в течение того же времени T протекал постоянный ток I, причем затраченная энергия оказалась также равной W, то

$$W = I^2 \cdot r \cdot T.$$

Приравнивая левые части последних выражений, после преобразований получаем:

$$I^2 = \frac{1}{T} \int_0^T i^2 \, dt.$$

Подставив вместо тока i его значение получаем:

$$I^2 = \frac{1}{T}\int_{t=0}^{t=T} I_m^2 \ sin^2\omega t \, dt.$$

$$I = I_m\sqrt{\frac{1}{T}\int_{t=0}^{t=T} sin^2\omega t \ dt.} \tag{2}$$

Воспользуемся известным выражением

$$sin^2\omega t = \frac{1}{2} - \frac{cos2\omega t}{2},$$

и получим

$$\int_{t=0}^{t=T} sin^2\omega t \ dt = \frac{1}{2}\int_{t=0}^{t=T} dt - \frac{1}{2}\int_{t=0}^{t=T} cos2\omega t dt. \tag{3}$$

В выражении (3) второй интеграл $\frac{1}{2}\int_{t=0}^{t=T} cos2\omega t dt$=0 равен нулю.

Первый интеграл в выражении (3) равен

$$\frac{1}{2}\int_{t=0}^{t=T} dt = \frac{T}{2}.$$

Возвращаясь к выражению **(2)** получаем

$$I = I_m\sqrt{\frac{1}{T}\cdot\frac{T}{2}} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = 0{,}707 \cdot I_m. \tag{3}$$

Из (3) следует, что значение постоянного тока, эквивалентного по своему тепловому действию синусоидальному току, в ____раз меньше амплитуды переменного тока. Он называется ***действующим*** значением переменного тока.

Аналогично для напряжения

$$U = U_m\sqrt{\frac{1}{T}\cdot\frac{T}{2}} = \frac{U_m}{\sqrt{2}} = 0{,}707 \cdot U_m. \tag{4}$$

3. Принцип генерирования синусоидальных ЭДС

Синусоидальные ЭДС вырабатываются в генераторах переменного тока, принцип действия которых основан на явлении электромагнитной индукции.

Генератор состоит из вращающегося с постоянной угловой скоростью *ротора* - электромагнита или постоянного магнита, создающего магнитное поле, и *статора* с обмотками (рис. 3). Ради простоты каждая обмотка показана состоящей только из двух проводов одного витка, заложенных в диаметрально противоположные пазы статора. Эти провода на заднем торце статора соединены друг с другом (соединения показаны пунктиром). На переднем торце статора они оканчиваются зажимами, которые служат для подсоединения внешней цепи.

При вращении ротора генератора сторонним приводным двигателем магнитный поток, жестко связанный с ротором, пересекает витки обмоток, уложенных в пазах статора. В этих витках в соответствии с законом электромагнитной индукции наводится электродвижущая сила (ЭДС) синусоидальной формы. Мгновенное значение этой ЭДС генератора записывается в следующем виде:

$$e = E_m \cdot \sin \omega t \ .$$

При подключении выходных зажимов статорной обмотки к внешней электрической цепи, в последней возникает переменный синусоидальный электрический ток.

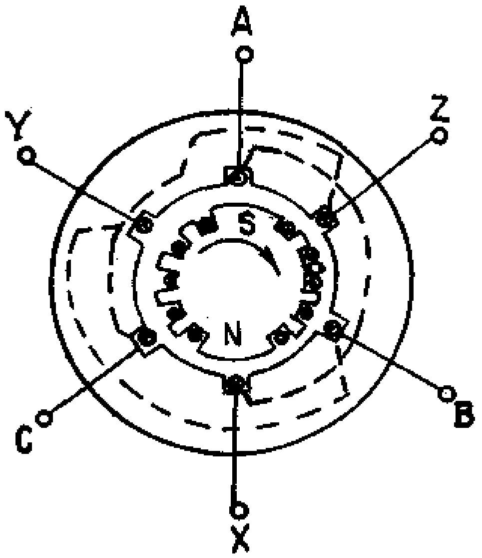

Рисунок 3. Генератор синусоидальной ЭДС

4. Векторные символы синусоидальных токов

При рассмотрении цепей переменного тока приходится решать задачи суммирования синусоидальных ЭДС, токов, напряжений, характеризующиеся одинаковой частотой , но имеющих различные амплитуды и начальные фазы. Если в задаче требуется определить суммарное значение 2-х синусоидальных токов, притекающих в узел, то решение такой задачи сводится к суммированию мгновенных значений этих синусоид. Решение такой задачи становится громоздким и требует значительных временных затрат. При этом точность оказывается невысокой. На рис. 4 представлен фрагмент электрической цепи переменного тока, на котором к узлу A притекают два тока:

$$i_1 = I_{1m} \sin(\omega t + \psi_{i1})$$
$$i_2 = I_{2m} \sin(\omega t + \psi_{i2})$$

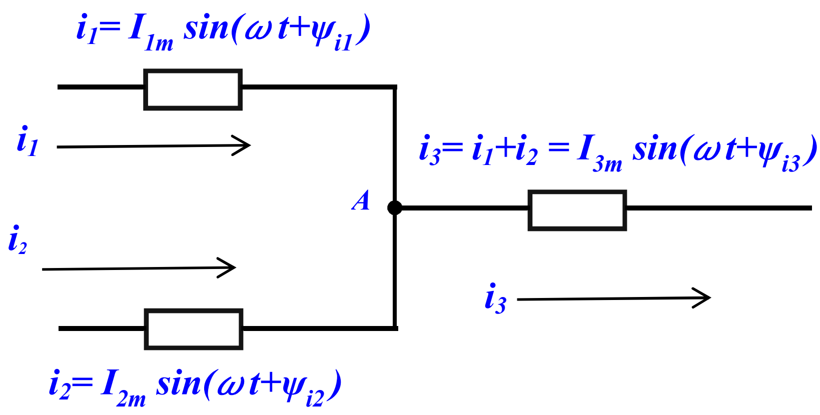

Рисунок 4. Фрагмент электрической цепи переменного

Требуется определить сумму этих токов т.е. определить суммарную амплитуду и начальную фазу суммарного тока $\boldsymbol{i_3}$.

$$i_3 = i_1 + i_2 = I_{3m} \sin(\omega t + \psi_{i3})$$

Решение задачи сводится к суммированию (с учетом знака) мгновенных значений токов i_1 и i_2 с учетом значений начальных фаз каждого из этих токов.

Наглядно и просто такая задача решается, если для изображения синусоидальных воспользоваться ***вращающимися векторами***. Воспользуемся прямоугольной системой осей (NM) и условимся откладывать **положительные углы** в направлении, **противоположном** направлению вращения часовой стрелки часов (рис. 5). Расположим под углом ψ_i к оси ON вектор OA, длина которого в выбранном масштабе равна амплитуде тока i.

Будем вращать вектор *OA* около точки *O* в положительном направлении с постоянной угловой скоростью ω, равной угловой частоте тока *i*.

По мере вращения вектора *OA* в положительном направлении с угловой скоростью ω (против часовой стрелки) его проекции на ось *OM* в каждый момент времени представляют собой мгновенные значения вектора, а во временной области (в координатах toi) совокупность этих значений представляет собой функцию, мгновенные значения которой изменяются по синусоидальному закону. Для фиксированных моментов времени мгновенные значения этой функции представлены на рис. 4 в виде соответствующих этим моментам времени ординат.

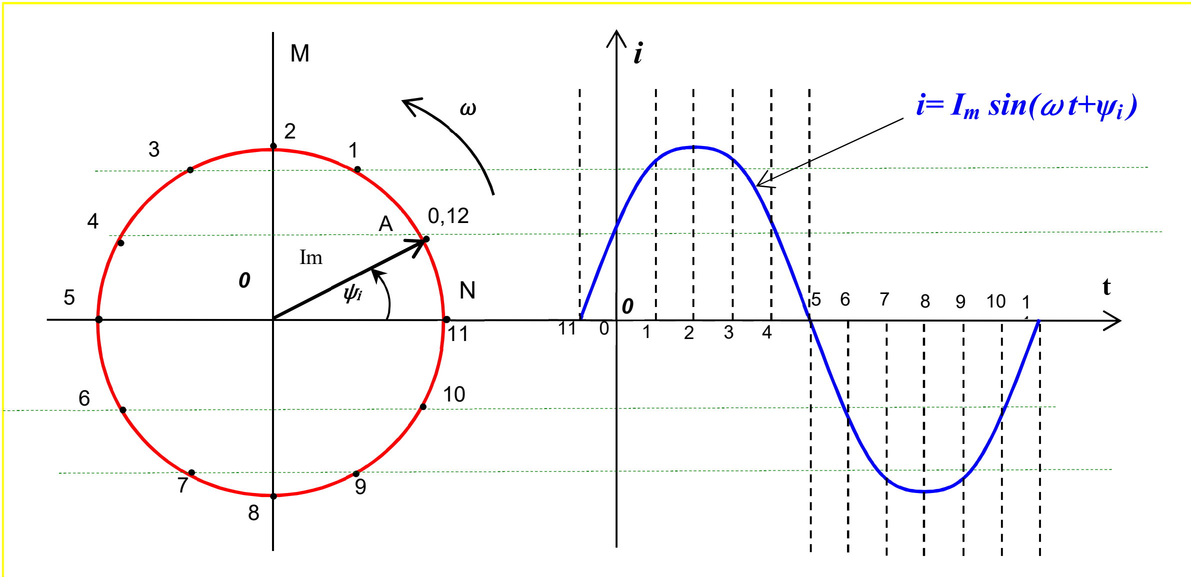

Рисунок 5. Получение развернутой диаграммы синусоидального электрического тока при вращении вектора

Из вышеизложенного следует, что ***величина проекции вектора*** *OA* на ось *NM* будет

$$OA\cdot\sin(\omega t+\psi_i),$$

$$i= I_m \sin(\omega t+\psi_i).$$

т.е. в принятом масштабе даст последовательные мгновенные значения синусоидального переменного тока

Полный цикл изменений тока получим за один полный оборот вектора OA.

Вывод: таким образом синусоидальную функцию времени можно изобразить вектором, вращающимся с угловой скорость, равной угловой частоте изображаемой функции, причем длина вектора определяется амплитудой данной функции, а начальное положение вектора в момент времени $t = 0$, её начальной фазой ψ_i.

Задача отыскания суммы нескольких синусоидальных величин с использованием рассмотренного подхода сводится к хорошо известной процедуре суммирования векторов, каждый из которых характеризуется своим модулем и углом. Суммарный вектор двух векторов представляет собой диагональ параллелограмма, построенного на этих векторах, как на сторонах параллелограмма. Результат построения представлен на рис. 6

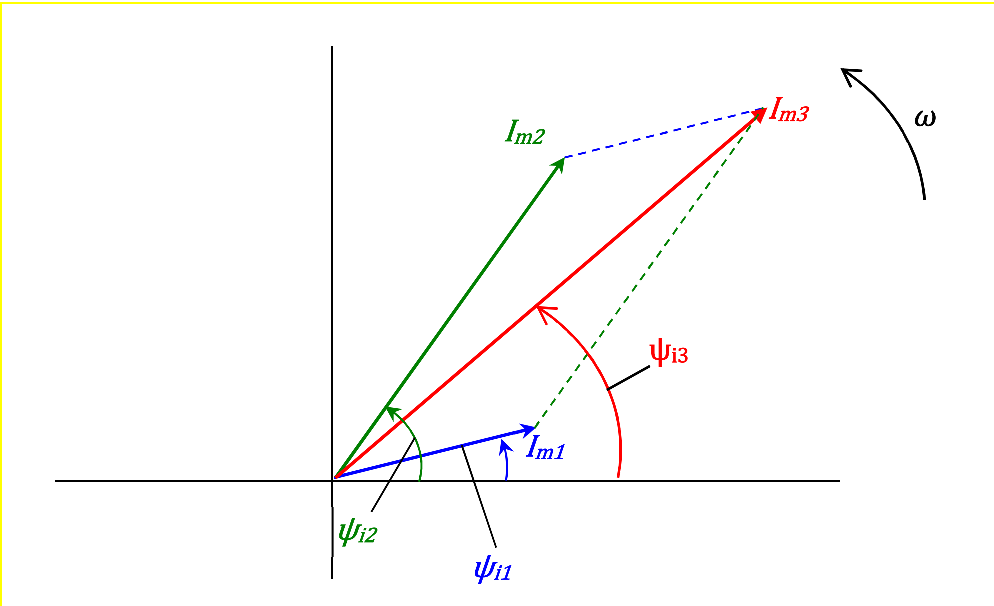

Рисунок 6. Суммирование двух синусоидальных электрических токов, представленных в векторной форме