Лекция № 11

# СВОЙСТВА И РЕЖИМЫ РАБОТЫ ТРЕХФАЗНЫХ ЦЕПЕЙ.

Учебные вопросы

1. Симметричный и несимметричный режим работы трехфазных цепей.
2. Основные расчетные соотношения для токов, напряжений и мощностей при соединениях звездой и треугольником. Векторные диаграммы.
3. Расчет трехфазных цепей.

## 1. Симметричный и несимметричный режим работы трехфазных цепей

Трехфазная электрическая цепь может работать в одном из двух режимов – симметричном и несимметричном.

*Симметричный режим* имеет место в том случае, если цепь подключена к генератору, вырабатывающему симметричную систему ЭДС, а в цепи имеет место симметричная система токов, симметричная система напряжений на элементах цепи, в т.ч. и на приемнике.

*Условие симметричного режима* в трехфазной цепи при симметричной системе ЭДС генератора – равенство полных комплексных сопротивлений фаз цепи, т.е.

$$\underline{Z}_A = \underline{Z}_B = \underline{Z}_C = \underline{Z}_Ф ,$$

где $\underline{Z}_A = \underline{Z}_{ГА} + \underline{Z}_{ЛА} + \underline{Z}_a$ ,

$\underline{Z}_B = \underline{Z}_{ГВ} + \underline{Z}_{ЛВ} + \underline{Z}_в$ ,

$\underline{Z}_C = \underline{Z}_{ГС} + \underline{Z}_{ЛС} + \underline{Z}_c$ .

Так как генератор является симметричным устройством (обмотки фаз одинаковы и расположены под углом $120^0$), то

$$\underline{Z}_{ГА} = \underline{Z}_{ГВ} = \underline{Z}_{ГС} = \underline{Z}_Г, \qquad \underline{Z}_Г = r_Г + jx_Г$$

Одинаковыми являются и линейные провода трехфазной цепи. Следовательно:

$$\underline{Z}_{ЛА} = \underline{Z}_{ЛВ} = \underline{Z}_{ЛС} = \underline{Z}_Л, \qquad \underline{Z}_Л = r_Л + jx_Л$$

Тогда, условие симметричного режима в трехфазной цепи сводится к следующему: при симметричной системе ЭДС генератора равенство полных комплексных сопротивлений фаз приемника:

$\underline{Z}_а = \underline{Z}_в = \underline{Z}_с = \underline{Z}_Ф$ – при соединении звездой;

$\underline{Z}_{ав} = \underline{Z}_{вс} = \underline{Z}_{са} = \underline{Z}_Ф$ - при соединении треугольником.

## 2. Основные расчетные соотношения для токов, напряжений и мощностей при соединениях звездой и треугольником. Векторные диаграммы

***а. Соединение звездой***

Комплексная схема изображена на плакате.

Непосредственно из схемы и определений следует:

$\underline{I}_A = \underline{I}_а$ ; $\underline{I}_B = \underline{I}_в$ ; $\underline{I}_C = \underline{I}_с$ ;

$I_A = I_B = I_C = I_Л = I_Ф$ $\quad I_Л = I_Ф$ - для симметричного режима.

Будем полагать, что режим цепи – активно-индуктивный ($\varphi > 0$).

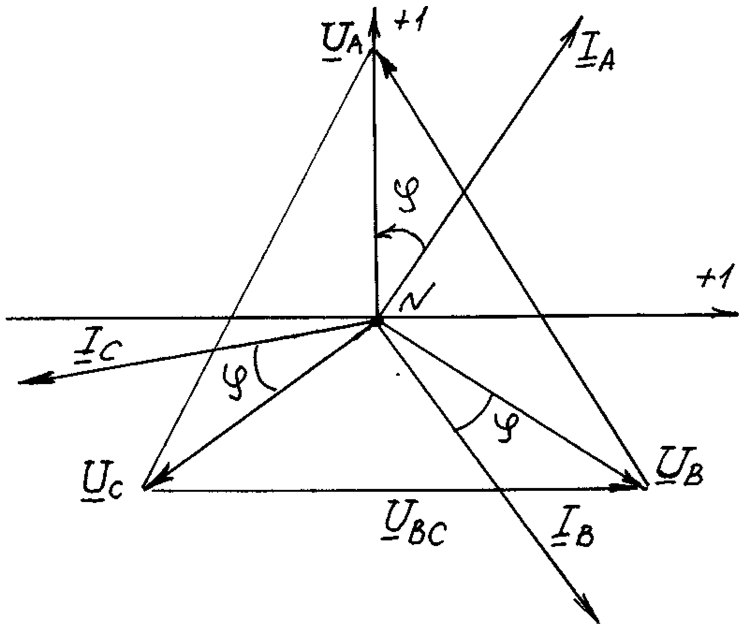


Рисунок 1 – Векторные диаграммы токов и напряжений для генератора цепи

Непосредственно из схемы и рисунка на основании I закона Кирхгофа

$$\underline{I}_A + \underline{I}_B + \underline{I}_C = \underline{I}_N = 0$$

**Вывод:** ток нейтрали (в нейтральном проводе) при симметричном режиме равен нулю. Отсюда следует, что при симметричном режиме нейтральный провод не нужен, его можно не применять (но на практике применяют).

*Линейное напряжение*, как следует из определения (из схемы) и из векторов топографической диаграммы, определяется как разность векторов, изображающих фазные напряжения

$\underline{U}_{AB} = \underline{U}_A - \underline{U}_B$; $\underline{U}_{BC} = \underline{U}_B - \underline{U}_C$; $\underline{U}_{CA} = \underline{U}_C - \underline{U}_A$.

Из равнобедренного треугольника Nkq величины этих векторов для симметричного режима:

$$\frac{1}{2}U_{AB} = \frac{1}{2}U_{Л} = U_A \cdot \sin 60^0 = U_A \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$U_л = \sqrt{3}U_ф$$

Для несимметричного режима.

$\underline{U}_{AB} = \underline{U}_A - \underline{U}_B$; $\underline{U}_{BC} = \underline{U}_B - \underline{U}_C$; $\underline{U}_{CA} = \underline{U}_C - \underline{U}_A$

или

$u_{AB} = u_A - u_B$; $u_{BC} = u_B - u_C$; $u_{CA} = u_C - u_A$.

Аналогично для фаз приемника:

$\underline{U}_{ав} = \underline{U}_а - \underline{U}_в$; $\underline{U}_{вс} = \underline{U}_в - \underline{U}_с$; $\underline{U}_{са} = \underline{U}_с - \underline{U}_а$

или

$u_{ав} = u_а - u_в$; $u_{вс} = u_в - u_с$; $u_{са} = u_с - u_а$.

**б. Соединение треугольником**

Непосредственно из схемы следует, что при соединении треугольником линейное напряжение между проводами равно фазному напряжению соответствующей обмотки генератора.

**Для симметричного режима:**

$U_{ав} = U_{вс} = U_{са} = U_л = U_ф$ $U_л = U_ф$

**Для *несимметричного* режима:**

$$U_{ав} \neq U_{вс} \neq U_{са};$$

$\underline{U}_{ав} = \underline{I}_{ав} \cdot \underline{Z}_{ав}$; $\underline{U}_{вс} = \underline{I}_{вс} \cdot \underline{Z}_{вс}$; $\underline{U}_{са} = \underline{I}_{са} \cdot \underline{Z}_{са}$.

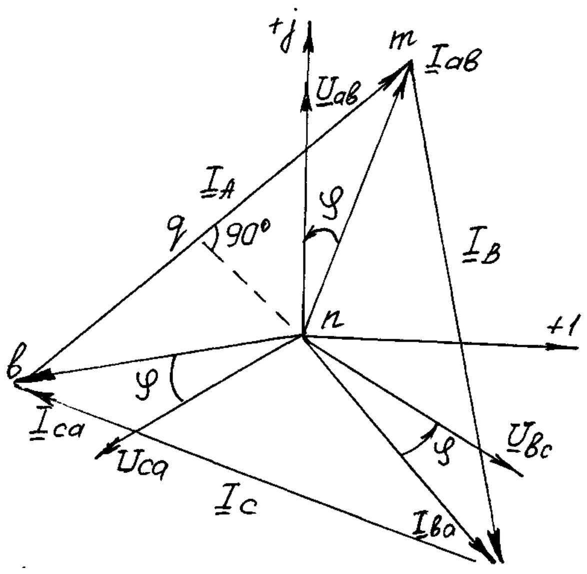


Рисунок 2 – Векторная диаграмма напряжений
и токов

Из рисунка 2 запишем I закон Кирхгофа
Узел “а”

$$-\underline{I}_A - \underline{I}_{ca} + \underline{I}_{ав} = 0$$

$$\underline{I}_A = \underline{I}_{ав} - \underline{I}_{ca}$$

Этому соотношению следует разность векторов $\left( \bar{I}_A = \bar{I}_{ав} - \bar{I}_{ca} \right)$
Аналогично имеет место и для узлов “*в*” и “с”.

Из треугольника ***nqm*** :

$$\frac{1}{2} I_A = I_{ав} \cos 30^0 = I_{ав} \cos 30^0 = I_{ав} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$I_A = \sqrt{3} I_{ав}; \qquad I_A = I_B = I_C = I_Л;$$

$$I_{ав} = I_{вс} = I_{ca} = I_ф$$

$I_A = \sqrt{3} I_ф$ Для симметричного режима.

Рассмотрим активную, реактивную, полную и мгновенную мощности при указанных выше соединениях приемника для двух режимов - несимметричного и симметричного.

Учтем, что рассматриваемая трехфазная система цепей представляет собой совокупность трех однофазных цепей, мощности (активная, реактивная, полная, мгновенная) в которых определяются по известным нам (из предыдущего семестра) формулам.

Известно нам также, что суммарная мощность сложной электрической цепи определяются как алгебраическая сумма мощностей на отдельных ее участках; поэтому и для соединения звездой и для соединения треугольником суммарная мощность будет определяться одинаково – как алгебраическая сумма.

После этих замечаний и приступим к определению мощностей.

## ***Соединение звездой. Несимметричный режим.***

**Активная мощность.**

По определению $P = \frac{1}{T}\int_0^T pdt$ и для любого участка электрической цепи $P=UIcos\varphi$.

Тогда для рассматриваемого случая

$$P_\lambda = U_a I_A cos\varphi_a + U_в I_B cos\varphi_в + U_c I_c cos\varphi_c = P_a + P_в + P_c$$

$$P_\lambda = P_a + P_в + P_c$$

Активная мощность трехфазного приемника определяется как арифметическая сумма активных мощностей фаз приемника.

**Реактивная мощность**

По аналогии с активной мощностью

$$Q_\lambda = U_a I_A sin\varphi_a + U_в I_B sin\varphi_в + U_c I_c sin\varphi_c = Q_a + Q_в + Q_c$$

$$Q_\lambda = Q_a + Q_в + Q_c$$

Реактивная мощность трехфазного приемника равна а л г е б р а и ч е с к о й с у м м е реактивных мощностей фаз приемника.

**Полная мощность**

$$S_\lambda = U_a I_A + U_в I_B + U_c I_c = S_a + S_в + S_c \, ;$$

или

$$S_\lambda = \sqrt{P_\lambda^2 + Q_\lambda^2}$$

В символической форме

$$\underline{S}_\lambda = \underline{U}_a \overset{*}{\underline{I}}_A + \underline{U}_в \overset{*}{\underline{I}}_B + \underline{U}_c \overset{*}{\underline{I}}_c = \underline{S}_a + \underline{S}_в + \underline{S}_c$$

Комплексная мощность трехфазного приемника равна алгебраической сумме полных комплексных мощностей фаз приемника.

***Соединение звездой. Симметричный режим.***

**Активная мощность**

$P_a = P_в = P_c = P_ф = U_ф I_ф cos\varphi_ф$

$P_\lambda = 3P_ф = 3U_ф I_ф cos\varphi_ф$
или

$$P_\lambda = 3\frac{U_л}{\sqrt{3}} I_л \cos\varphi_a = \sqrt{3} U_л I_л \cos\varphi_ф$$

$$P_\lambda = \sqrt{3} U_л I_л \cos\varphi_ф$$

Активная мощность в симметричном режиме определяется как утроенная активная мощность одной фазы.

**Реактивная мощность**

$$Q_\lambda = 3Q_ф = 3U_ф I_ф \sin\varphi_ф$$

$$Q_\lambda = \sqrt{3} U_л I_л \sin\varphi_ф$$

Реактивная мощность в симметричном режиме равна утроенной реактивной мощности одной фазы.

**Полная мощность**

$\underline{S} = \underline{S}_a + \underline{S}_в + \underline{S}_c = 3\underline{S}_ф$

$S_\lambda = \sqrt{P^2 + Q^2}$;

$S_\lambda = 3 \cdot U_ф I_ф$ или $S_\lambda = 3\frac{U_л}{\sqrt{3}} I_л = \sqrt{3} U_л I_л$ $\quad S = \sqrt{3} U_л I_л$

**Мгновенная мощность**

$$p = p_a + p_в + p_c = U_m sin\omega t \cdot I_m sin(\omega t - \varphi_ф) + U_m sin(\omega t –$$

$$120^0) I_m sin(\omega t - \varphi_ф – 120^0) + U_m sin(\omega t – 240^0) I_m sin(\omega t - \varphi_ф – 240^0).$$

После преобразования

$$p_\lambda = 3U_ф I_ф cos\varphi_ф = P.$$

В симметричном режиме суммарная мгновенная мощность не зависит от вре-мени и равна активной мощности симметричного приемника.

***Соединение треугольником. Несимметричный режим.***

**Активная мощность**

$$P_\Delta = U_{ав} \cdot I_{ав} cos\varphi_{ав} + U_{вс} \cdot I_{вс} cos\varphi_{вс} + U_{са} \cdot I_{са} cos\varphi_{са} = P_{ав} + P_{вс} + P_{са}$$

$$P_\Delta = P_{ав} + P_{вс} + P_{са}$$

**Реактивная мощность**

$$Q_\Delta = U_{ав} \cdot I_{ав} cos\varphi_{ав} + U_{вс} \cdot I_{вс} cos\varphi_{вс} + U_{са} \cdot I_{са} cos\varphi_{са} = Q_{ав} + Q_{вс} + Q_{са}$$

$$Q_\Delta = Q_{ав} + Q_{вс} + Q_{са}$$

**Полная мощность**

$$\underline{S}_\Delta = \underline{U}_{ав} \overset{*}{\underline{I}}_{ав} + \underline{U}_{вс} \overset{*}{\underline{I}}_{вс} + \underline{U}_{са} \overset{*}{\underline{I}}_{са} = \underline{S}_{ав} + \underline{S}_{вс} + \underline{S}_{са}$$

***Соединение треугольником. Симметричный режим***

$$P_\Delta = 3P_ф = 3U_ф \cdot I_ф cos\varphi_ф = \sqrt{3}\, U_л \cdot I_л cos\varphi_ф$$

$$Q_\Delta = 3Q_ф = 3U_ф \cdot I_ф cos\varphi_ф = \sqrt{3}\, U_л \cdot I_л cos\varphi_ф$$

$$\underline{S}_\Delta = 3\underline{S}_ф$$

$$S_\Delta = \sqrt{P_\Delta^2 + Q_\Delta^2} = 3U_ф I_ф = \sqrt{3} U_л I_л = 3S_ф$$

$p_\Delta = 3U_ф{\cdot}I_ф cos\varphi_ф = \sqrt{3}\, U_л{\cdot}I_л cos\varphi_ф = const$ (без доказательства).

## 3. Расчет трехфазных цепей

Приемниками энергии в трехфазных цепях могут быть как статические устройства (трехфазный трансформатор, трехфазный индукционный нагреватель и т.п.), так и трехфазные электродвигатели, вращение роторов которых оказывает влияние на характер токов в цепи за счет индуктируемых в обмотках статора э.д.с. В последнем случае картина физических процессов в трехфазной цепи оказывается более сложной, что усложняет и расчет цепи, особенно при наличии симметрии.

Чтобы подчеркнуть эти особенности трехфазных приемников энергии, различают статическую и динамическую нагрузки трехфазных цепей. Система токов в цепи при наличии статистических потребителей является статической нагрузкой цепи, а система токов при наличии трехфазных электродвигателей является динамической нагрузкой цепи. Характер нагрузки существенно влияет на выбор метода расчета трехфазной цепи.

Классификация метода расчета. Трехфазные цепи синусоидального тока являются разновидностью сложных электрических цепей. Поэтому для их расчета можно использовать расчетные методы сложных цепей синусоидального тока при характерных для них ограничениях.

Действительно, эти методы пригодны для расчета при симметричной нагрузке (статической и динамической), но приводят к большим погрешностям и даже неправильным результатам при несимметричной нагрузке, особенно если эта нагрузка динамическая.

По указанным причинам существующие методы расчета сложных цепей синусоидального тока в применении к трехфазных цепям модернизированы., а для расчеты трехфазных цепей в несимметричных динамических режимах разработан специальный метод- метод симметричных составляющих.

Алгоритм расчета при соединении звездой и несимметричной нагрузке.

Применительно к определению токораспределения в заданной форме трехфазной цепи расчет цепи в комплексной форме сводится к выполнению следующих операций:

1) составление исходной схемы замещения цепи;

2) перевод условий задачи в комплексную форму и составление комплексной схемы;

3) определение комплексных проводимостей фаз по формулам;

4) определение напряжения на нейтрали $\underline{U}_N$ по формуле

$$\underline{U}_{N\,-} = \frac{\underline{U}_{ГА} \cdot \underline{Y}_A + \underline{U}_{ГВ} \cdot \underline{Y}_B + \underline{U}_{ГС} \cdot \underline{Y}_C}{\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C + \underline{Y}_N}.$$

5) определение токов в фазах по формулам

$$\left.\begin{array}{l} \underline{I}_A = \dfrac{\underline{U}_{ГА} - \underline{U}_N}{\underline{Z}_A} = (\underline{U}_{ГА} - \underline{U}_N) \cdot \underline{Y}_A; \\ \underline{I}_B = \dfrac{\underline{U}_{ГВ} - \underline{U}_N}{\underline{Z}_B} = (\underline{U}_{ГВ} - \underline{U}_N) \cdot \underline{Y}_B; \\ \underline{I}_C = \dfrac{\underline{U}_{ГС} - \underline{U}_N}{\underline{Z}_C} = (\underline{U}_{ГС} - \underline{U}_N) \cdot \underline{Y}_C. \end{array}\right\}$$

6) определение тока в нейтрали по формуле

$$\underline{I}_N = \underline{I}_A + \underline{I}_B + \underline{I}_C$$

7) определение фазных и линейных напряжений на участках и элементах цепи;

8) проверка расчета на основе баланса мощностей с использованием расчетных формул для мощности или построения или построением векторной диаграммы цепи:

- в классической форме:

$$P_B = U_B \cdot I_B \cdot cos\varphi_B; Q_B = U_B \cdot I_B \cdot cos\varphi_B; S_B = U_B \cdot I_B,$$

где $$\varphi_B = aчctв \frac{x_B}{ч_B}$$

- в символической форме:

$$\underline{S}_B = \underline{U}_B \cdot \underline{I}_B = S_B \cdot l^{\pm j\varphi_B} = P_B \pm jQ_B.$$

<u>Алгоритм расчета при соединении треугольником и несимметричной нагрузке.</u>

Применительно к прямой задаче по расчету токораспределения в цепи, подключенной к сети трехфазного тока, расчет цепи в символической форме сводится к выполнению следующих операций:

1) составление исходной схемы замещения цепи;

2) перевод условий задачи (заданных напряжений и параметров цепи) в комплексную форму и составление комплексной схемы замещения цепи;

3) преобразование соединения фаз приемника треугольником в эквивалентное соединение звездой и определение комплексных сопротивлений лучей звезды;

4) решение задачи по п.3- 6 алгоритма расчета цепи при соединении звездой и определение токов в линии;

5) определение фазных напряжений на комплексных сопротивлениях лучей звезды;

6) определение линейных напряжений звезды;

7) определение фазных токов треугольника;
8) проверка результатов расчета.